МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ДГТУ)**

Факультет «Машиностроительные технологии и оборудование»
Кафедра «Технологии формообразования и художественная обработка материалов»

Составитель: доцент кафедры ТФиХОМ Церна И.А.

# Методические указания к контрольной работе по дисциплине «Математическое моделирование технических объектов»

Ростов–на–Дону
2019

## 1. Тема, цель и содержание работы

Тема работы «Математическое моделирование привода винтового пресса».

Цель работы: приобретение навыков математического моделирования конструкций механических прессов на базе одномассовых моделей для анализа динамики их приводов.

Содержание работы предусматривает разработку одномассовой математической модели винтового пресса с электромеханическим приводом (рис. 1) с принятием упрощающих допущений и определением его инерционных, силовых, кинематических и энергетических характеристик.

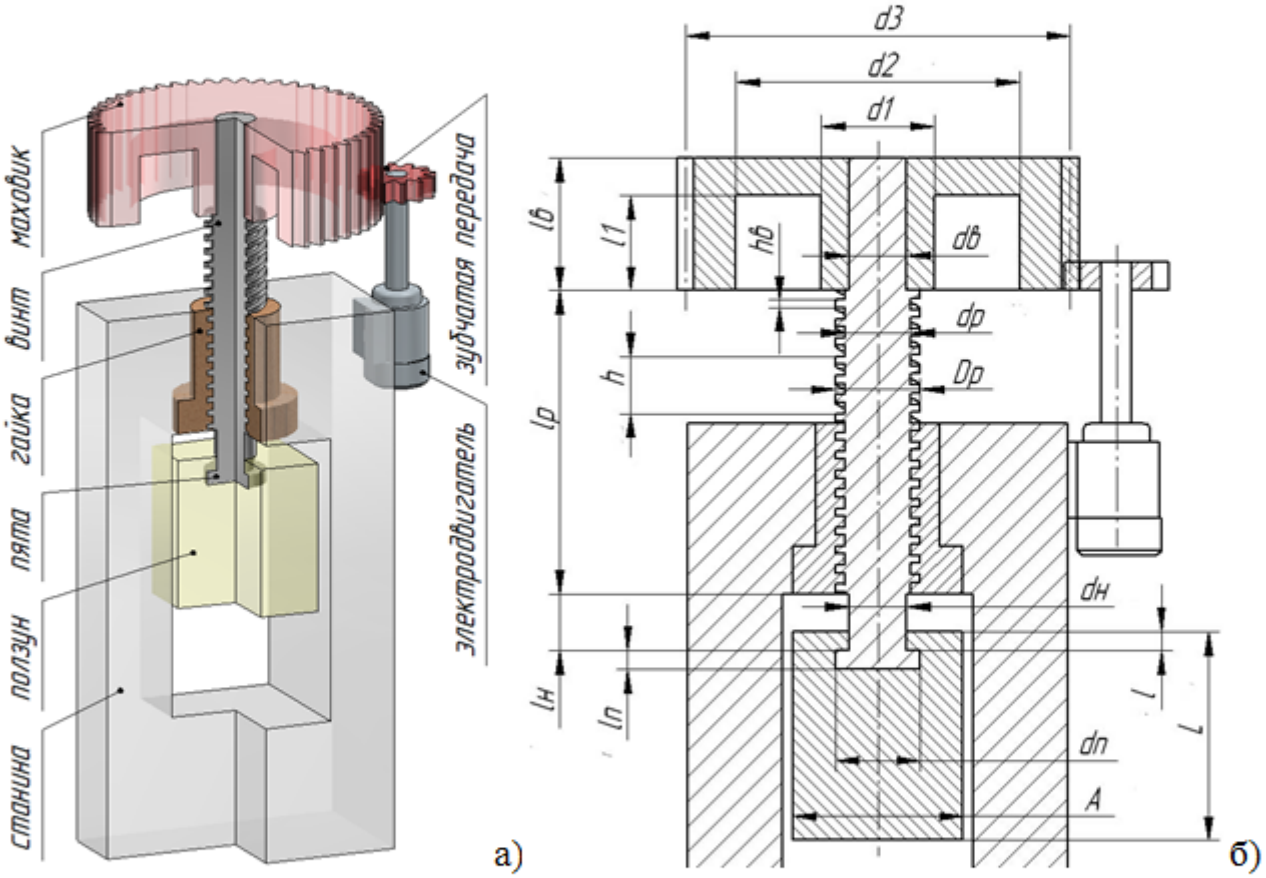


Рис. 1. Компоновка (а) и структурная схема (б) винтового пресса с электромеханическим приводом

## 2. Исходные данные и задачи работы

Исходные данные работы заданы структурной схемой винтового пресса с электромеханическим приводом [1] (рис. 1б) с обозначениями размеров элементов его подвижных частей, значения которых указаны в табл. 1,2 для двадцати вариантов заданий.

Номер варианта $N$ задания работы соответствует порядковому номеру студента в официальном списке группы на начало учебного семестра.

Таблица 1

Размеры элементов (мм) винтового механизма пресса

| $N$ | $d_Р$ | $D_Р$ | $l_Р$ | $d_В$ | $l_В$ | $d_Н$ | $l_Н$ | $d_П$ | $l_П$ | $h$ | $h_В$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | 35 | 45 | 170 | 32 | 75 | 32 | 30 | 45 | 10 | 30 | 4 |
| *2* | 36 | 46 | 180 | 32 | 75 | 34 | 30 | 46 | 10 | 30 | 4 |
| *3* | 37 | 47 | 190 | 34 | 80 | 34 | 30 | 47 | 10 | 30 | 4 |
| *4* | 38 | 48 | 200 | 34 | 80 | 34 | 30 | 48 | 10 | 33 | 4 |
| *5* | 39 | 49 | 210 | 35 | 85 | 35 | 35 | 49 | 10 | 33 | 4 |
| *6* | 40 | 50 | 220 | 35 | 85 | 35 | 35 | 50 | 10 | 33 | 4 |
| *7* | 41 | 51 | 230 | 36 | 90 | 36 | 35 | 51 | 10 | 36 | 5 |
| *8* | 42 | 54 | 240 | 36 | 90 | 36 | 35 | 54 | 10 | 36 | 5 |
| *9* | 43 | 55 | 250 | 37 | 95 | 37 | 40 | 55 | 10 | 36 | 5 |
| *10* | 44 | 56 | 260 | 37 | 95 | 37 | 40 | 56 | 10 | 39 | 5 |
| *11* | 45 | 57 | 270 | 38 | 100 | 38 | 40 | 57 | 15 | 39 | 5 |
| *12* | 46 | 58 | 280 | 38 | 100 | 38 | 40 | 58 | 15 | 39 | 5 |
| *13* | 47 | 59 | 290 | 39 | 105 | 39 | 45 | 59 | 15 | 42 | 6 |
| *14* | 48 | 60 | 300 | 40 | 105 | 40 | 45 | 60 | 15 | 42 | 6 |
| *15* | 49 | 63 | 310 | 41 | 110 | 41 | 45 | 63 | 15 | 42 | 6 |
| *16* | 50 | 64 | 320 | 42 | 110 | 42 | 45 | 64 | 15 | 45 | 6 |
| *17* | 51 | 65 | 330 | 43 | 115 | 43 | 50 | 65 | 15 | 45 | 6 |
| *18* | 52 | 66 | 340 | 44 | 115 | 44 | 50 | 66 | 15 | 45 | 6 |
| *19* | 53 | 67 | 350 | 45 | 120 | 45 | 50 | 67 | 15 | 48 | 7 |
| *20* | 54 | 68 | 360 | 46 | 120 | 46 | 50 | 68 | 15 | 48 | 7 |

В табл. 1 значения хода резьбы винта $h$ соответствуют трехзаходной винтовой нарезке винтового механизма пресса.

В табл. 2 размер ползуна $B$ спереди назад равен его размеру $A$ слева направо. В табл. 2 также заданы модель установленного электродвигателя [2] и передаточное число $i$ зубчатой передачи, связывающей его с маховиком.

Задачи работы:

1. Разработка математической модели привода винтового пресса.
2. Определение инерционных параметров пресса и модели.
3. Определение силовых параметров пресса и модели.
4. Моделирование разгона подвижных частей пресса приводом.
5. Выводы.

Таблица 2

Размеры элементов (мм) ползуна и маховика пресса

| № | $A$ | $B$ | $L$ | $l$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $l_1$ | $i$ | модель ЭД |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | 80 | 80 | 100 | 10 | 50 | 160 | 220 | 50 | 2,05 | 4АА63А6У3 |
| *2* | 85 | 85 | 105 | 10 | 52 | 170 | 230 | 51 | 2,1 | 4АА63А6У3 |
| *3* | 90 | 90 | 110 | 10 | 54 | 180 | 240 | 52 | 2,15 | 4АА63А6У3 |
| *4* | 95 | 95 | 115 | 10 | 56 | 190 | 250 | 53 | 2,2 | 4АА63А6У3 |
| *5* | 100 | 100 | 120 | 15 | 58 | 200 | 260 | 54 | 2,25 | 4АА63В6У3 |
| *6* | 105 | 105 | 125 | 15 | 60 | 210 | 270 | 55 | 2,3 | 4АА63В6У3 |
| *7* | 110 | 110 | 130 | 15 | 62 | 220 | 280 | 56 | 2,35 | 4АА63В6У3 |
| *8* | 115 | 115 | 135 | 15 | 64 | 230 | 290 | 57 | 2,4 | 4АА63В6У3 |
| *9* | 120 | 120 | 140 | 20 | 66 | 240 | 300 | 58 | 2,45 | 4А71А6У3 |
| *10* | 125 | 125 | 145 | 20 | 68 | 250 | 310 | 59 | 2,5 | 4А71А6У3 |
| *11* | 130 | 130 | 150 | 20 | 70 | 260 | 320 | 60 | 2,55 | 4А71А6У3 |
| *12* | 135 | 135 | 155 | 20 | 72 | 270 | 330 | 61 | 2,6 | 4А71А6У3 |
| *13* | 140 | 140 | 160 | 25 | 74 | 280 | 340 | 62 | 2,65 | 4А71В6У3 |
| *14* | 145 | 145 | 165 | 25 | 76 | 290 | 350 | 63 | 2,7 | 4А71В6У3 |
| *15* | 150 | 150 | 170 | 25 | 78 | 300 | 360 | 64 | 2,75 | 4А71В6У3 |
| *16* | 155 | 155 | 175 | 25 | 80 | 310 | 370 | 65 | 2,8 | 4А71В6У3 |
| *17* | 160 | 160 | 180 | 30 | 82 | 320 | 380 | 66 | 2,85 | 4А80А6У3 |
| *18* | 165 | 165 | 190 | 30 | 84 | 330 | 390 | 67 | 2,9 | 4А80А6У3 |
| *19* | 170 | 170 | 200 | 30 | 86 | 340 | 400 | 68 | 2,95 | 4А80А6У3 |
| *20* | 175 | 175 | 205 | 30 | 88 | 350 | 410 | 70 | 3,05 | 4А80А6У3 |

## 3. Разработка математической модели привода винтового пресса

Для моделирования разгона подвижных частей винтового пресса с электромеханическим приводом воспользуемся одномассовой моделью, показанной на рис. 3. Вращающийся элемент этой модели соответствует маховику, закрепленному на верхней части винта пресса (рис. 1).

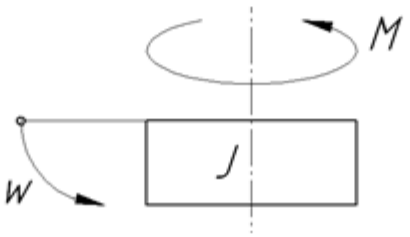


Рис. 2. Одномассовая модель

Уравнение движения для принятой модели составляем в соответствии со 2-м законом Ньютона для описания изменения угловой скорости $w$ разгона маховика пресса во времени $t$:

$$J \cdot \frac{dw}{dt} = M \quad ,$$

где $J$ – приведенный момент инерции выделенного элемента одномассовой модели, вращающегося в выбранной точке кинематической цепи пресса;

$M$ – приведенный крутящий момент на выделенном элементе одномассовой модели, вращающемся в выбранной точке кинематической цепи пресса.

Полученное уравнение движения дополняем уравнениями связей.

Угловая скорость ротора электродвигателя $w_Э$ связана с угловой скоростью маховика $w$ через передаточное число $i$ зубчатой передачи

$$w_Э = w \cdot i \quad ; \tag{1}$$

Линейная скорость ползуна, винта и маховика $v$ связана с угловой скоростью винта с маховиком $w$ через ход резьбы винта $h$:

$$v = w \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi} \quad . \tag{2}$$

Приведенный момент инерции $J$ является величиной постоянной.

Приведенный крутящий момент $M$ может быть описан величиной постоянной в качестве упрощающего допущения для приведения уравнения движения к линейному виду и облегчения процедуры его интегрирования. В таком случае при нулевых начальных условиях уравнение движения после интегрирования получает вид:

$$w = M/J \cdot t \quad . \tag{3}$$

Математическая модель пресса образуется полученным уравнением движения (3) с двумя уравнениями связей (1) и (2).

## 4. Определение инерционных параметров пресса и модели

Для привода момент инерции вращающегося ротора заданного электродвигателя $J_Э$ указан в справочнике [2, табл. 1], а моментом инерции вращающейся шестерни можно пренебречь, так как его величина крайне мала.

Для пресса массы и моменты инерции подвижных частей можно рассчитать по их размерам и плотности материалов или определить их твердотельным моделированием.

В первом случае массы и моменты инерции цилиндрических тел рассчитываются по формулам:

$$m = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l \cdot \rho \quad \text{и} \qquad J = \frac{1}{32} \cdot \pi \cdot d^4 \cdot l \cdot \rho \ ,$$

а массы призматических тел определяются выражением:

$$m = A \cdot B \cdot L \cdot \rho \qquad ,$$

где $d$, $l$ – диаметр и высота цилиндрического тела;

$A$, $B$, $L$ – размеры в плане и высота призматического тела;

$\rho$ – плотность материала подвижных частей пресса.

Во втором случае в одной из CAD-систем для подвижных частей пресса создаются твердотельные модели и определяются их физические свойства встроенными в эти системы инструментами измерений.

Для пресса суммарная кинетическая энергия $T_{\text{П}}$ его вращающихся и поступательно движущихся частей (ротора электродвигателя с шестерней, маховика, винта и ползуна) определяется их моментами инерции $J$, массами $m$, угловыми $w$ и линейными $v$ скоростями (с соответствующими индексами):

$$T_{\text{П}} = J_{\text{Э}} \cdot \frac{w_{\text{Э}}^2}{2} + J_{\text{М}} \cdot \frac{w_{\text{М}}^2}{2} + J_{\text{В}} \cdot \frac{w_{\text{В}}^2}{2} + (m_{\text{П}} + m_{\text{В}} + m_{\text{М}}) \cdot \frac{v^2}{2} \ . \qquad (4)$$

Для модели полная кинетическая энергия определяется приведенным моментом инерции $J$ одного элемента, вращающегося с угловой скоростью, равной скорости вращения маховика с винтом $w$ в точке кинематической цепи пресса на оси винта под маховиком. Таким образом, для модели:

$$T_{\text{М}} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot w^2 \ .$$

Условие баланса энергии для модели и пресса имеет вид:

$$T_{\text{М}} = T_{\text{П}} \ ,$$

Ему соответствует равенство:

$$J \cdot \frac{w^2}{2} = J_{\text{Э}} \cdot \frac{w^2}{2} \cdot i^2 + J_{\text{М}} \cdot \frac{w^2}{2} + J_{\text{В}} \cdot \frac{w^2}{2} + (m_{\text{П}} + m_{\text{В}} + m_{\text{М}}) \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{h^2}{4 \cdot \pi^2} \ ;$$

Приведенный момент инерции одномассовой модели получаем преобразованием равенства:

$$J = J_{Э} \cdot i^2 + J_{М} + J_{В} + (m_{П} + m_{В} + m_{М}) \cdot \frac{h^2}{4 \cdot \pi^2} \quad . \qquad (5)$$

## 5. Определение силовых параметров пресса и модели

Силовыми параметрами пресса с электромеханическим приводом в период разгона маховика являются:

- активный крутящий момент электродвигателя $M_Э$ на оси ротора;
- момент в резьбе винтового механизма на его оси $M_В$, учитывающий активное действие сил тяжести подвижных частей пресса и сопротивление их движению от сил трения в резьбе;
- момент сопротивления от сил трения в зубчатой передаче $M_{ЗП}$, которым далее можно пренебречь из-за его относительно малой величины.

Крутящий момент электродвигателя $M_Э$ определяется его механической характеристикой (рис. 3), которая соответствует зависимости [2]:

$$M_{Э} = \frac{2 \cdot M_{К} \cdot (1 + q \cdot \varepsilon_{К})}{\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{К}} + \dfrac{\varepsilon_{К}}{\varepsilon} + 2 \cdot q \cdot \varepsilon_{К}} \quad .$$

где: $\varepsilon$, $\varepsilon_К$, $M_Э$ и $M_К$ – текущие и критические значения скольжения и крутящего момента электродвигателя.

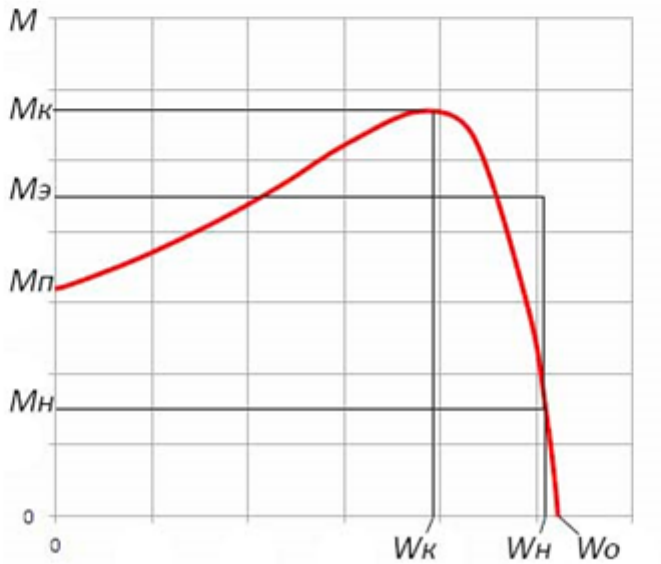


Рис. 3. Механическая характеристика электродвигателя

Крутящий момент электродвигателя в период разгона маховика пресса для упрощения задачи представим постоянной величиной $M_Э$. При таком допущении крутящий момент $M_Э$ можно описать средним значением пускового $M_П$ и критического $M_К$ моментов:

$$M_Э = k \cdot \frac{M_П + M_К}{2} = k \cdot \frac{15 \cdot N \cdot (\lambda_П + \lambda_К)}{\pi \cdot n_Н} \quad . \qquad (6)$$

При этом:

- пусковой $M_П$ и критический $M_К$ крутящие моменты рассчитываем для заданного электродвигателя по указанным в справочнике [2, табл. 1] значениям номинальной мощности $N$ и коэффициентам $\lambda_П$ и $\lambda_К$ кратности пускового и критического моментов номинальному моменту;
- поправочный коэффициент $k$ = 0,7 учитывает снижение крутящего момента электродвигателя до номинального значения после прохождения критического точки механической характеристики ($W_К$, $M_К$ на рис. 3).

Момент в резьбе винтового механизма является величиной постоянной:

$$M_В = (m_П + m_В + m_М) \cdot g \cdot \frac{d_Р + D_Р}{2} \cdot tg(\alpha + \rho) \quad , \qquad (7)$$

где угол наклона резьбы винтового механизма

$$\alpha = arctg \frac{2 \cdot h}{\pi \cdot (d_Р + D_Р)} \quad ,$$

а угол трения в нем $\rho = 5{,}7^{O}$ при величине коэффициента трения 0,1.

Силовым параметром модели является приведенный к оси маховика крутящий момент $M$ на выделенном элементе одномассовой модели, вращающемся в выбранной точке кинематической цепи пресса (рис. 3).

Условие баланса работ для модели и пресса имеет вид равенства:

$$M \cdot \varphi = M_Э \cdot \varphi_Э + M_В \cdot \varphi_В \quad ,$$

где $\varphi_Э$ и $\varphi_В$ – углы поворота ротора электродвигателя с шестерней и винта с маховиком, связанные передаточным числом зубчатой передачи:

$$\varphi_Э = \varphi_В \cdot i \quad .$$

Приведенный крутящий момент одномассовой модели винтового пресса получаем преобразованием условия баланса работ:

$$M = M_Э \cdot i + M_В \quad . \qquad (8)$$

## 6. Моделирование разгона подвижных частей пресса

Разгон подвижных частей винтового пресса заканчивается при достижении электродвигателем привода номинального режима, которому соответствуют номинальные значения частоты $n_Н$ и угловой скорости $w_Н$ вращения ротора с шестерней, а также максимальные значения угловой скорости маховика с винтом $w_{MAX}$ и линейной скорости ползуна $v_{MAX}$:

$$w_Н = \frac{\pi \cdot n_Н}{30} \ ;$$

$$w_{MAX} = \frac{w_Н}{i} \ ;$$

$$v_{MAX} = w_Н \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi} \ .$$

Продолжительность разгона $t_Р$ подвижных частей винтового пресса получаем из уравнения (3):

$$t_Р = \frac{J}{M} \cdot w_Р \ .$$

Изменение угловых скоростей маховика с винтом $w$ и электродвигателя с шестерней $w_Э$ в зависимости от времени их разгона $t$ моделируем расчетом в офисном приложении MS Excell по уравнению движения модели (3).

Изменение значений линейной скорости ползуна $v$ и накопленной винтовым прессом кинетической энергии $T$ рассчитываем по формулам (2) и (4).

По результатам моделирования составляем табл. 3 и строим графики угловых скоростей маховика и электродвигателя по примеру рис. 4.

Таблица 3

Результаты моделирования разгона подвижных частей пресса приводом

| Время разгона подвижных частей | Угловая скорость маховика с винтом | Угловая скорость электродвигателя | Линейная скорость ползуна | Кинетическая энергия пресса |
|---|---|---|---|---|
| $t$, с | $w$, 1/с | $w_Э$, 1/с | $v$ , м/с | $T$, Дж |
| *0* | | | | |
| … | | | | |
| $t_Р$ | | | | |

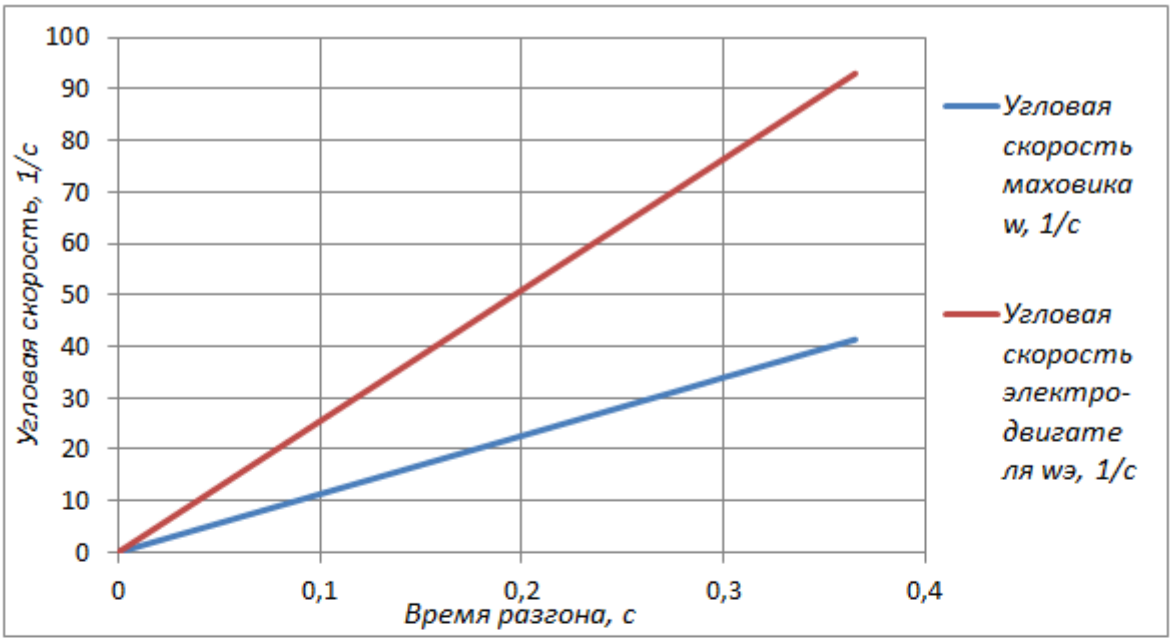


Рис. 4. Пример графиков угловых скоростей маховика и электродвигателя

## 7. Результаты и выводы

Полученные результаты заносим в табл. 4.

Таблица 4

Расчетные характеристики пресса и модели

| Наименование параметра | СИ | Значение |
|---|---|---|
| Момент инерции ротора электродвигателя, $J_Э$ | *кгм*$^2$ | |
| Момент инерции маховика, $J_М$ | *кгм*$^2$ | |
| Масса маховика, $m_М$ | *кг* | |
| Момент инерции винта, $J_В$ | *кгм*$^2$ | |
| Масса винта, $m_В$ | *кг* | |
| Масса ползуна, $m_П$ | *кг* | |
| Суммарный момент инерции подвиж. частей пресса, $J_М + J_В$ | *кгм*$^2$ | |
| Суммарная масса подвижных частей пресса, $m_М + m_В + m_П$ | *кг* | |
| Приведенный момент инерции модели, $J$ | *кгм*$^2$ | |
| Крутящий момент электродвигателя, $M_Э$ | *Нм* | |
| Момент в резьбе винтового механизма, $M_В$ | *Нм* | |
| Приведенный крутящий момент модели, $M$ | *Нм* | |
| Угловая скорость электродвигателя номинальная, $w_Н$ | $c^{-1}$ | |
| Угловая скорость маховика максимальная, $w_{МАХ}$ | $c^{-1}$ | |
| Линейная скорость ползуна максимальная, $v_{МАХ}$ | *м/с* | |
| Время разгона подвижных частей пресса, $t_Р$ | *с* | |
| Запас кинетической энергии пресса максимальный, $T_{МАХ}$ | *Дж* | |

Выводы по работе должны содержать следующее положения.

1. Заключение об адекватности разработанной математической модели винтовому прессу с электромеханическим приводом.

2. Качественная оценка полученных результатов моделирования.

3. Количественная оценка полученных результатов моделирования.

4. Таблица рассчитанных инерционных и силовых параметров пресса по образцу табл. 4.

## Перечень рекомендуемых источников

1. Живов Л.И., Овчинников А.Г., Складчиков Е.Н. Кузнечно-штамповочное оборудование: Учебник для вузов / Под ред. Л.И.Живова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006. – 560 с.

2. Электрооборудование кузнечно-прессовых машин: Справочник /Стоколов В.Е., Усышкин Г.С., Степанов В.М. и др. – 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Машиностроение, 1981. – 304 с., ил.